

**EPFL**

Enseignant : Dr. Sylvain Bréchet
Cours : physique générale I
Echéance : vendredi 14 novembre 2025
Durée : 90 minutes

2

Tube en rotation

NOM:

PRENOM:

N° SCIPER:

SECTION: **Mathématiques**

SALLE:

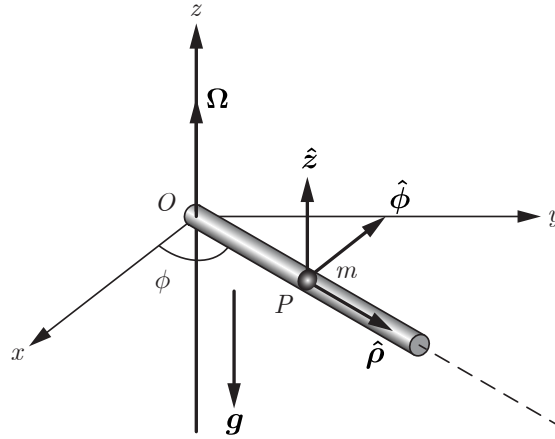
L'exercice à rendre comporte un énoncé illustré et détaillé sur la page de gauche et des questions sur la page de droite. Les développements mathématiques et physiques sont à effectuer sur les pages quadrillées.

Consignes

- Le **formulaire** de l'examen (1 page A4 recto-verso) est autorisé.
- L'utilisation de tout **appareil électronique** est interdite.
- Les **réponses** sont à retranscrire sur les pointillés sous chaque question dans l'espace réservé à cet effet.
- Utiliser un **stylo** à encre **noir ou bleu foncé** (éviter d'utiliser un crayon) et effacer proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Les feuilles de papier **brouillon** ne seront **pas corrigées**.



2. Tube en rotation



On considère une centrifugeuse constituée d'un tube tournant dans un plan horizontal avec une vitesse angulaire constante $\Omega = \Omega \hat{z}$ autour de son extrémité située à l'origine O dans le plan horizontal Oxy . Une bille de masse m , considérée comme un point matériel P , est astreinte à glisser le long du tube.

Pour décrire la dynamique du point matériel, on choisit un repère cylindrique $(P, \hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ où le vecteur unitaire radial $\hat{\rho}$ est orienté le long de l'axe du tube vers l'extérieur, le vecteur unitaire $\hat{\phi}$ est orienté dans le sens trigonométrique et le vecteur unitaire \hat{z} est orienté vers le haut. Le point matériel est soumis à une force de frottement visqueux en régime laminaire,

$$\mathbf{F}_f = -\frac{m}{\tau} \mathbf{v}_\rho$$

où τ est le temps caractéristique de l'amortissement et \mathbf{v}_ρ est la vitesse radiale du point matériel qui est orientée selon le vecteur $\hat{\rho}$.

Les réponses doivent être exprimées en termes des grandeurs scalaires données ci-dessus, des coordonnées cylindriques ρ et z et de leurs dérivées temporelles, des vecteurs de base $\hat{\rho}$, $\hat{\phi}$ et \hat{z} , de la norme du champ gravitationnel g et des grandeurs scalaires spécifiées dans l'énoncé de chaque question.

Questions et réponses ci-contre, calculs sur les pages quadrillées suivantes



1. Déterminer la norme et l'orientation du vecteur accélération de la bille.

$\mathbf{a} = \dots\dots\dots$

2. Déterminer les forces extérieures exercées sur la bille.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

3. Déterminer la norme et l'orientation de la force de réaction normale \mathbf{N} exercée par le tube sur la bille en fonction de son mouvement.

$\mathbf{N} = \dots\dots\dots$

4. Dans la limite où la rotation est négligeable par rapport au frottement,

$$m \rho \Omega^2 \ll \frac{m}{\tau} \dot{\rho}$$

déterminer l'équation horaire de la coordonnée $\rho(t)$ le long du tube compte tenu des conditions initiales $\rho(0) = 0$ et $\dot{\rho}(0) = v_0$. En déduire l'évolution temporelle du vecteur moment cinétique $\mathbf{L}_O(t)$ évalué à l'origine O .

$\rho(t) = \dots\dots\dots$

$\mathbf{L}_O(t) = \dots\dots\dots$

5. Dans la limite où le frottement est négligeable par rapport à la rotation,

$$\frac{m}{\tau} \dot{\rho} \ll m \rho \Omega^2$$

déterminer l'équation horaire de la coordonnée $\rho(t)$ le long du tube compte tenu des conditions initiales $\rho(0) = \rho_0$ et $\dot{\rho}(0) = 0$. En déduire l'évolution temporelle du vecteur moment cinétique $\mathbf{L}_O(t)$ évalué à l'origine O .

$\rho(t) = \dots\dots\dots$

$\mathbf{L}_O(t) = \dots\dots\dots$

